

# Martingales et chaînes de Markov



## En bref

- > **Langues d'enseignement:** Français
- > **Méthodes d'enseignement:** En présence
- > **Ouvert aux étudiants en échange:** Oui

## Présentation

### Description

Ce cours propose d'aborder la notion d'espérance conditionnelle indispensable à la construction des Martingales. De plus, nous étudierons les notions de filtrations, temps d'arrêt, la décomposition de Doob et le théorème d'arrêt ainsi que la convergence des martingales. Enfin, nous introduirons la notion de chaîne de Markov et nous développerons les notions de matrices de transition, d'équation de Chapman-Kolmogorov, de classification des états (réurrence et transience), de mesure invariante, et de théorème ergodique.

### Objectifs

L'objectif de ce cours est de savoir étudier une chaîne de Markov ainsi que son comportement en temps long et de maîtriser la notion de martingale à temps discret. Le but de ce cours est d'offrir une bonne préparation à la poursuite des deux années de master et notamment aux cours à orientation probabiliste et statistique.

### Heures d'enseignement

CM	Cours Magistral	12h
TD	Travaux Dirigés	9h
TP	Travaux Pratiques	8h

---

## Pré-requis obligatoires

Ce cours nécessite les connaissances élémentaires en probabilité (niveau L3) ainsi que des notions d'intégration. Des notions d'analyse fonctionnelle pourront aussi être utiles.

---

## Plan du cours

- 1) **Espérance conditionnelle.** Conditionnement par une tribu. Propriétés et calculs d'espérance conditionnelle dans L1.
- 2) **Martingales et temps d'arrêt.** Processus aléatoire adapté à une filtration. Temps d'arrêt. Théorème d'arrêt et décomposition de Doob. Convergences de martingales L1 et L2
- 3) **Chaînes de Markov à espace d'états finis ou dénombrables.** Matrice stochastique. Équation de Chapman-Kolmogorov. Classification des états (réurrence et transience). Mesure invariante. Théorème ergodique.

---

## Compétences visées

Calcul d'espérance conditionnelle. Construction de martingale et chaînes de Markov et études de leurs propriétés. Calcul numérique stochastique de ces objets.

---

## Bibliographie

- \* M. Benaïm, N.El Karoui, Promenade aléatoire. Ed. École Polytechnique. 2004D.
- \* Williams, Probability with Martingales. Cambridge University Press/ 1991

---

## Infos pratiques

---

### Lieux

- › Le Bourget-du-Lac (73)

---

### Campus

- › Le Bourget-du-Lac / campus Savoie Technolac