

Espaces euclidiens



ECTS
crédits



Composante
Sciences et
Montagne

En bref

- > **Langues d'enseignement:** Français
- > **Méthode d'enseignement:** En présence
- > **Ouvert aux étudiants en échange:** Non

Présentation

Description

Algèbre bilinéaire et quadratique. Applications à la géométrie vectorielle : orientation, isométries.

Objectifs

Savoir utiliser les outils fondamentaux de l'algèbre bilinéaire et les appliquer en géométrie vectorielle.

Heures d'enseignement

Espaces euclidiens - CM	Cours Magistral	24h
Espaces euclidiens - TD	Travaux Dirigés	30h

Pré-requis nécessaires

Enseignements d'algèbre linéaire des deux premières années.

Plan du cours

Formes bilinéaires et quadratiques. Forme bilinéaire, forme positive et définie positive, matrice représentative d'une forme bilinéaire, changement de bases, réduction (méthode de Gauss), théorème d'inertie de Sylvester, signature.

Produit scalaire et orthogonalité. Espaces préhilbertiens, euclidiens et hermitiens, théorème de Pythagore, inégalité de Cauchy-Schwarz et de Minkowski, norme euclidienne, identité du parallélogramme comme caractérisation des normes issues d'un produit scalaire, familles orthogonales et orthonormées, bases orthonormées. Adjoint d'un endomorphisme, endomorphisme symétrique, orthogonal, normal, réduction orthogonale des endomorphismes symétriques réels. Procédé d'orthonormalisation de Gram-Schmidt, complétion d'une famille orthonormée en une base orthonormée, orthogonal d'un sous espace, supplémentaire orthogonal, équation d'un hyperplan, projection et symétrie orthogonale, distance à un sous-espace.

Orientation. Orientation d'un espace vectoriel, bases orthonormées directes, orientation des hyperplans. Produit vectoriel et matrice de Gram dans un espace euclidien général.

Isométries vectorielles. Automorphismes orthogonaux et unitaires, matrices orthogonales et unitaires, groupe orthogonal et unitaire, les isométries qui fixent l'origine sont linéaires, groupe des isométries du plan vectoriel :

rotations et symétries. Mesures d'angles orientés. Réduction unitaire des endomorphismes normaux complexes, réduction orthogonale des endomorphismes normaux réels : application à la réduction des isométries linéaires en toutes dimensions et notamment dans \mathbf{R}^3 .

Compétences visées

Comprendre le cadre euclidien et hilbertien d'un point de vue formel.

Savoir traduire la géométrie élémentaire dans ce cadre (orientation d'un espace, orthogonalité).

Savoir utiliser l'orthogonalité pour réduire les applications linéaires.

Infos pratiques

Lieux

› Le Bourget-du-Lac (73)

Campus

› Le Bourget-du-Lac / campus Savoie Technolac